**Chủ đề**

2

**CÁC BÀI TOÁN**

**GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

# B. CÁC BÀI TOÁN GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

[B. CÁC BÀI TOÁN GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH 1](#_Toc533360549)

[**🗁. Kiến thức cơ bản** 2](#_Toc533360550)

[**🗁. Ví dụ minh họa** 3](#_Toc533360551)

[**🗁. Bài tập.** 4](#_Toc533360552)

[**🗁. Bài tập tự luyện** 8](#_Toc533360553)

[**🗁. Giải hệ phương trình và một số ý phụ.** 11](#_Toc533360554)

[**🗁. Giải hệ phương trình bậc cao** 19](#_Toc533360555)

## **🗁. Kiến thức cơ bản**

Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng: 

Trong đó a và b cũng như a’ và b’ không đồng thời bằng 0.

\* Hệ (I) có nghiệm duy nhất khi 

\* Hệ (I) vô nghiệm khi .

\* Hệ (I) có vô số nghiệm khi .

**✪ 1. Giải phương trình bằng phương pháp thế. (giả sử hệ có ẩn  và  )**

- Từ một phương trình của hệ, biểu thị một ẩn chẳng hạn ẩn *x* theo ẩn kia

- Thế biểu thức của x vào phương trình còn lại rồi thu gọn, ta tìm được giá trị của y.

- Thế giá trị của y vào biểu thức của x ta tìm được giá trị của x.

**✪ 2. Giải phương trình bằng phương pháp cộng đại số (giả sử hệ có ẩn  và  )**

- Nhân các vế của hai phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn bằng nhau hoặc đối nhau.

- Sử dụng quy tắc cộng đại số để được hệ phương trình mới trong đó có một phương trình một ẩn.

- Giải hệ phương trình vừa thu được

*Chú ý:* Nếu hệ phương trình có một ẩn mà hệ số bằng  thì nên giải hệ này theo phương pháp thế.

🕮 *\*Lưu ý:*

*Khi trong hệ có chứa các biểu thức giống nhau, ta kết hợp phương pháp đặt ẩn phụ để đưa hệ về một hệ mới đơn giản hơn. Sau đó sử dụng phương pháp cộng hoặc thế để tìm ra nghiệm của hệ phương trình.*

**✪ Giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ**

*a) Phương pháp giải*

- Đặt điều kiện để hệ có nghĩa (*nếu cần*).

- Đặt ẩn phụ và điều kiện của ẩn phụ *(nếu có).*

- Giải hệ theo các ẩn phụ đã đặt.

- Trở lại ẩn đã cho để tìm nghiệm của hệ số (*lưu ý với điều kiện lúc đặt ẩn phụ*).

## **🗁. Ví dụ minh họa**

**Bài 1: Giải hệ phương trình:**

**a)**  **b**) 

**Hướng dẫn giải**

**a)**

**+ Giải theo phương pháp thế:**





Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x;y) = (3;-1).

**+ Giải theo phương pháp cộng đại số:**



Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x;y) = (3;-1).

**b) + Giải hệ bằng phương pháp đặt ẩn phụ.**

Điều kiện: 

Đặt  (\*)

Hệ phương trình đã cho tương đương với 

Ta có: 

Thay  vào (\*) ta có  (thỏa mãn)

Vậy nghiệm của hệ phương trình là 

## **🗁. Bài tập.**

**Bài 1:** Giải hệ phương trình

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |
| d) | e) | f) |
| g) | h) | i) |

**Hướng dẫn giải**

**a)** 

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất .

**b)** 

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất .

**c)** 

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất .

**d)** 

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất .

**e)** 

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất .

**f)** 

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất .

**g)** .

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất .

**h)**  

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất .

**i)** .

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất .

**Nhận xét:** Học sinh thành thạo phương pháp thế hoặc phương pháp cộng thì giải theo phương pháp đó.

**Bài 2:** Giải hệ phương trình

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** | **b)** |
| **c)** | **d)** |
| **e)** | **f)** |

**Hướng dẫn giải**

**a)**





Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất .

**b)** Điều kiện 

 (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất .

**c)** Điều kiện . Đặt , hệ phương trình đã cho trở thành

(thỏa mãn)

Vậy hệ có nghiệm duy nhất là .

**d)**  ĐK 

Đặt . Khi đó hệ phương trình (I) trở thành:



Khi đó ta có: 

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất .

**e)** . Điều kiện: 

Đặt  và . Hệ phương trình thành :



Thay vào hệ đã cho ta có :



Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất .

**f)** Điều kiện: ****



 (Thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất .

## **🗁. Bài tập tự luyện**

**Bài 1: Giải hệ phương trình.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | 2. | 3. | 4. |
| 5. | 6. | 7. | 8. |
| 9. | 10. | 11. | 12. |
| 13. | 14. | 15. | 16. |
| 17. | 18. | 19. | 20. |
| 21. | 22. | 23. | 24. |
| 25. | 26. | 27. | 28. |
| 29. | 30. | 31. | 32. |
| 33. | 34. | 35. | 36. |

**Phương pháp:** *Giải hệ bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số.*

**Bài 2: Giải hệ phương trình.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *1.* | *2.* | *3.* |
| *4.* | *5.* | *6.* |
| *7.* | *8.* | *9.* |
| *10.* | *11.* | *12.* |
| *13.* | *14.* | *15.* |
| *16.* | *17.* | *18.* |
| *19.* | *20.* | *21.* |
| *22.* | *23.* | *24.* |
| *25.* | *26.* | *27.* |

**Phương pháp:** *Rút gọn từng phương trình của hệ sau đó**giải hệ bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số*

**Bài 3: Giải hệ phương trình.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Phương pháp:** *Nên đặt ẩn phụ để giải hệ phương trình để hệ được gọn và tránh sai xót trong giải toán.*

*Lưu ý đặt điều kiện của x; y và ẩn phụ (nếu có)*

**Bài 3: Giải hệ phương trình.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Phương pháp:** *Nên đặt ẩn phụ để giải hệ phương trình để hệ được gọn và tránh sai xót trong giải toán.*

*Lưu ý: đặt điều kiện của các biểu thức dưới dấu căn. So sánh nghiệm với điều kiện đó.*

## **🗁. Giải hệ phương trình và một số ý phụ.**

**Dạng 1: Giải hệ phương trình theo tham số  cho trước.**

***Phương pháp:***

**Bước 1:** Thay giá trị của m vào hệ phương trình.

**Bước 2**: Giải hệ phương trình mới.

**Bước 3**: Kết luận.

**Dạng 2: Tìm  để hệ phương trình có nghiệm  thỏa điều kiện cho trước.**

***Phương pháp:***

**Bước 1**: Giải hệ phương trình tìm nghiệm  theo tham số ;

**Bước 2**: Thế nghiệm  vào biểu thức điều kiện cho trước, giải tìm ;

**Bước 3**: Kết luận.

**Dạng 3: Tìm mối liên hệ giữa  không phụ thuộc vào tham số .**

***Phương pháp:***

**Bước 1**: Giải hệ phương trình tìm nghiệm  theo tham số ;

**Bước 2**: Dùng phương pháp cộng đại số hoặc phương pháp thế làm mất tham số ;

**Bước 3**: Kết luận.

**Bài tập**

**Bài 1:** Cho hệ phương trình:  ( là tham số)

a) Giải hệ phương trình khi .

b) Giải và biện luận hệ phương trình.

c) Tìm các số nguyên  để hệ phương trình có nghiệm nguyên

d) Tìm  để nghiệm của hệ phương trình thỏa mãn  đạt GTNN.

**Hướng dẫn giải**

a) Khi  hệ phương trình có dạng: 

Vậy với  hệ phương trình có nghiệm 

b) Giải và biện luận:

Từ PT  ta có:   thế vào PT  ta được:  

TH1: , phương trình  có nghiệm duy nhất . Thay vào ta có:



Suy ra hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

TH2: Nếu , phương trình  vô nghiệm. Suy ra hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

KL:  hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

 hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Với thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

c) Hệ phương trình có nghiệm nguyên: 

Điều kiện cần: 

Điều kiện đủ:

 (nhận)

 (nhận)

Vậy  hệ phương trình đã cho có nghiệm nguyên.

Với thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

d) Ta có .

Đặt  ta được:



Dấu  xảy ra khi và chỉ khi , khi đó 

Vậy  thì hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn  đạt GTNN bằng 

**Bài 2:** Tìm  biết hệ phương trình:  có nghiệm ; 

**Hướng dẫn giải**

Thay ;  vào hệ ta có:

.

Vậy ;  thì hệ phương trình có nghiệm ; 

**Bài 3**: Cho hệ phương trình  ( là tham số) .

**a)** Giải hệ phương trình  khi .

**b)** Tìm  để hệ  có nghiệm duy nhất  thỏa mãn .

**Hướng dẫn giải**

**a)** Với , hệ phương trình  có dạng:



Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất .

**b)** 

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất .

Lại có  hay 

Vậy với  thì hệ phương trình  có nghiệm duy nhất  thỏa mãn .

**Bài 4:** Cho hệ phương trình: .

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn: 

**Hướng dẫn giải**



Thay vào ta có

. Vậy .

**Bài 5:** Cho hệ phương trình:  ( là tham số)

**a)** Giải hệ phương trình khi ;

**b)** Chứng minh rằng với mọi giá trị của  thì hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất  thỏa mãn: .

**Hướng dẫn giải**

**a)**  Giải hệ phương trình khi .

Ta có: .

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất .

**b)** Ta có  thế vào phương trình còn lại ta được phương trình:

 suy ra  với mọi 

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất 

 với mọi .

**Bài 6:** Cho hệ phương trình :

**a)** Giải hệ phương trình với 

**b)** Tìm  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

**Hướng dẫn giải**

**a)** Với , ta có hệ phương trình:



Vậy với , hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: .

**b)** Ta xét 2 trường hợp:

+ Nếu , hệ có dạng: . Vậy hệ có nghiệm duy nhất

+ Nếu , hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi:  (luôn đúng, vì  với mọi )

Do đó, với , hệ luôn có nghiệm duy nhất.

Tóm lại hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất với mọi .

**Bài 7:** Cho hệ phương trình:  ( là tham số)

a) Giải hệ phương trình khi .

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  thỏa mãn 

**Hướng dẫn giải**

a) Thay  ta có hệ phương trình 

b) Xét hệ 

Từ  thay vào  ta được 

 

Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất có nghiệm duy nhất  

Khi đó hệ đã cho có nghiệm duy nhất 

Ta có 

Kết hợp với  ta được giá trị  cần tìm là .

**Bài 8:** Cho hệ phương trình:  

a) Giải hệ phương trình với .

b) Tìm  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  trong đó  trái dấu.

c) Tìm  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  thỏa mãn .

**Hướng dẫn giải**

a) Với  ta có hệ phương trình: 

. Vậy hệ có nghiệm duy nhất 

b) Từ phương trình ta có . Thay  vào phương trình  ta được: 

Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi có nghiệm duy nhất. Điều này tương đương với: .

Từ đó ta được:  ; .

Ta có: . Do đó  (thỏa mãn điều kiện)

c) Ta có:  

Từ suy ra . Với điều kiện  ta có:

. Vậy .

**Bài 9:** Cho hệ phương trình: .

Chứng minh hệ luôn có nghiệm duy nhất 

**Hướng dẫn giải**

Xét hai đường thẳng .

+ Nếu  thì  và  suy ra  luôn vuông góc với .

+ Nếu  thì  và  suy ra  luôn vuông góc với .

+ Nếu  thì đường thẳng  lần lượt có hệ số góc là:  suy ra  do đó .

Tóm lại với mọi  thì hai đường thẳng  luôn vuông góc với . Nên hai đường thẳng luôn vuông góc với nhau.

Xét hai đường thẳng  luôn vuông góc với nhau nên nó cắt nhau, suy ra hệ có nghiệm duy nhất

## **🗁. Giải hệ phương trình bậc cao**

**Bài 1:** Giải hệ phương trình: 

**Hướng dẫn giải**

Dễ thấy  không là nghiệm của mỗi phương trình.

Chia cả 2 vế phương trình (1) cho , phương trình (2) cho y2  ta được 

Đặt  ta có hệ 

a; b là nghiệm của phương trình 

Từ đó suy ra hệ có 2 nghiệm:

**Bài 2**: Giải hệ phương trình: 

**Hướng dẫn giải**



Cộng 2 vế của hệ phương trình ta được 



. Thay vào pt (1) ta được

Vậy hệ có hai nghiệm là .

**Bài 3**: Giải hệ phương trình: 

**Hướng dẫn giải**

 (I) ( Điều kiện:)

Đặt S=  ; P =  ( ) hệ (I) có dạng:





Khi đó là 2 nghiệm của phương trình: 

Giải phương trình ta được  ( thỏa mãn )

 

( thỏa mãn) (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm 

**Bài 4**: Giải hệ phương trình: 

**Hướng dẫn giải**

- Đặt  được: 

Cộng hai vế của hệ phương trình ta được phương trình:



- Giải phương trình được ; 

 được ; được 

Với ;  có x, y là hai nghiệm của phương trình: 

Giải phương trình được .

Với  được  có x, y là hai nghiệm của phương trình:.

Phương trình này vô nghiệm.

Vậy hệ có hai nghiệm: ; .

Bài 5: Giải hệ phương trình: 

**Hướng dẫn giải**

Điều kiện:  ; 

Trừ từng vế hai phương trình của hệ ta được phương trình:

  (t/mãn đk)

Cộng từng vế hai phương trình của hệ đã cho ta được phương trình:

 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: 

***Hết chuyên đề 2*** *– Dạng bài tập giải hệ phương trình trong đề tuyển sinh vào 10.*

*P/S: Qua tìm hiểu các bài giải hệ phương trình trong các đề tuyển sinh, thầy muốn các em cần thành thạo giải hệ phương trình bằng phương pháp thế, phương pháp cộng đại số và đặt ẩn phụ để giải hệ là có thể yên tâm kiếm điểm. Phần bài tập nâng cao chỉ định hướng để học sinh thi tuyển sinh chuyên. Các em hãy tự tin nhé!*

*Tập trung giải HPT tự luyện từ trang 8 đến trang 11 nhé!*

*Chúc các em học sinh học tập tốt!*